

第5回 熱とエネルギー (Y)

5.1 我々が利用しているエネルギー

- ・化石エネルギー (石油・石炭)

昔、太陽から降り注いだエネルギーを生物が取り込んで地層に蓄積したもの。

- ・再生可能エネルギー (太陽光・風力・バイオマス・木材など)

現在、太陽から降り注いでいるエネルギー

- ・地熱エネルギー

地球が集積したときの熱や地球内部で放射性元素が崩壊するときの熱

- ・原子力 (核分裂) エネルギー

星の中で合成された重い元素が持っているエネルギー

- ・核融合エネルギー

宇宙ができたときのエネルギー

注意：水素はエネルギーキャリア (運び手)

5.2 太陽

○太陽は地球のエネルギーの源

- ・太陽の半径は地球の 109 倍 (6.9×10^8 m)

質量は地球の 33 万倍 (2×10^{30} kg). 表面温度 5800K,

参考) 太陽の質量の計算

地球に働く太陽の引力と地球の公転による遠心力が釣り合うとして計算する

地球の公転半径を $a = 1.5 \times 10^{11}$ m (1.5 億 km) として

$$\frac{GmM}{a^2} = ma\omega^2$$

$$M = \frac{a^3\omega^2}{G}$$

ここで $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ なので

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$$

したがって (1 年は 31,557,600 秒=365.25 日として)

$$M = \frac{4 \times 10 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{6.7 \times 10^{-11} \times (3.2 \times 10^7)^2} = 2.0 \times 10^{30} \text{ [kg]}$$

太陽の光度 $L_{Sun} = 3.85 \times 10^{26}$ W

(光度とは単位時間当たりのエネルギー放射量)

太陽定数

太陽定数は次の式で定義できる.

$$S_0 = \frac{L_{\text{Sun}}}{4\pi a^2} = 1.37 \times 10^3 \text{ Wm}^{-2}$$

(a は地球の公転半径)

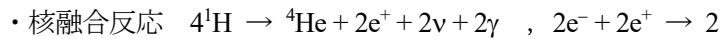
従って太陽定数とは、地球にふりそそぐ単位断面積当たりのエネルギーと解釈できる。ただし、地球表面にまで到達するエネルギーは実際には大気や雲による反射によりこの7割程度となる。

5.3 太陽のエネルギー生産（核融合）

太陽の主成分：水素とヘリウム

原子核と自由電子の飛び交うプラズマ状態となっている。

太陽の核融合反応

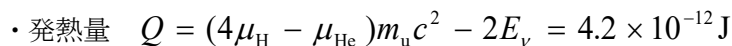


(ν ニュートリノ, γ ガンマ線)

質量欠損がエネルギーに変換される

ニュートリノは太陽内ではほとんど相互作用せずに宇宙空間に飛び去る

($E_\nu = 4.2 \times 10^{-14} \text{ J}$)



($m_{\text{u}} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 原子の質量単位, $\mu_{\text{H}} = 1.0078$, $\mu_{\text{He}} = 4.0027$, $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$)

太陽の寿命

・今の光度が継続し、水素が全部消費されるまでだと仮定すると、太陽の寿命は

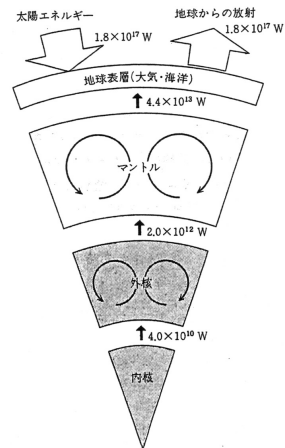
$$\tau_{\text{sun}} = \frac{M_{\text{sun}}}{4\mu_{\text{H}}m_{\text{u}}} \times \frac{Q}{L_{\text{sun}}} = \frac{2.0 \times 10^{30} \times 4.1 \times 10^{-12}}{4 \times 1.0 \times 1.7 \times 10^{-27} \times 3.9 \times 10^{26}} = 3.0 \times 10^{18}$$

単位は秒。従って、年に直すと 1.0×10^{11} 年くらい (1000 億年)

実際には核融合に使える水素は1割くらいらしいので、100 億年くらいか。

5.4 地球の熱源

図 39 は地球の内部からの熱の流れを示している。



5.4.1 地殻熱流量

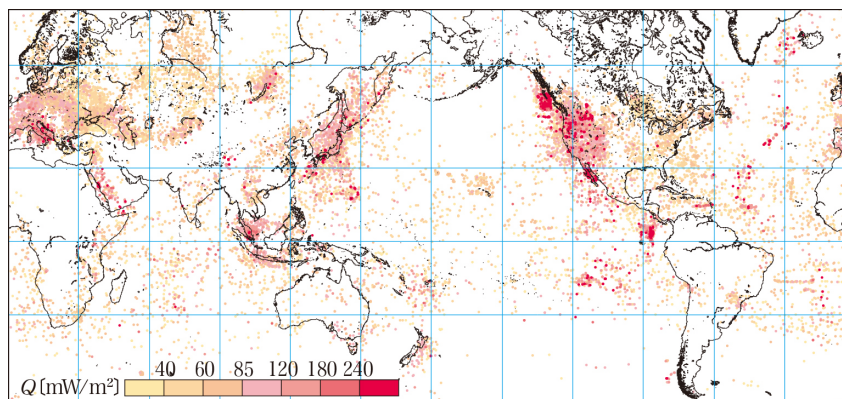
熱流量とは温度勾配によって運ばれる単位時間・単位面積あたりの熱エネルギーの量
エネルギーは温度勾配に比例するという関係から

$$J = k \frac{dT}{dz}$$

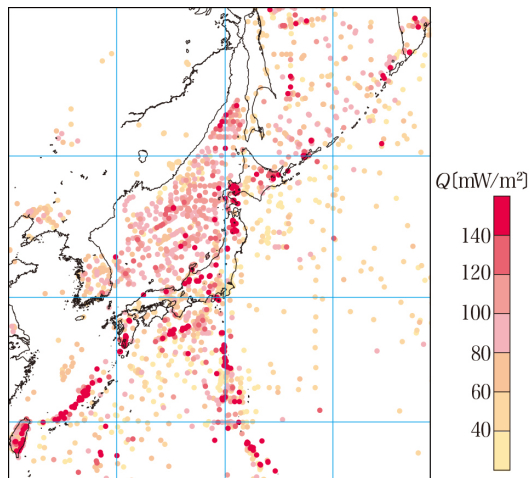
となる。 k は熱伝導率[WK⁻¹m] と呼ばれる。

したがって、地殻熱流量は地下における温度勾配を計測し、その場所を構成する岩盤の熱伝導率を測定することで推定する。

世界や日本周辺で測定された地殻熱流量 (NL70 ページ)



日本周辺で測定された地殻熱流量



地殻熱流量は、太陽定数(1370Wm^{-2})と比較すると非常に小さいことがわかる。
 地表の平均的な地殻熱流量（単位面積あたりの熱流）を 0.09Wm^{-2} とすると
 地球表面から放出されるエネルギーは

$$Q_{\text{earth}} = 4\pi R^2 J_{\text{surf}} = 4 \times 3 \times (6.4 \times 10^6)^2 \times 0.09 = 4.4 \times 10^{13} \text{ [W]}$$

これは、形成期の熱+放射性熱源 (^{40}K , ^{232}Th , ^{235}U , ^{238}U) + その他 に起源を持つ。

○ 形成期の熱とは

- ・ 太陽系のチリが地球に衝突するときに発生する熱
- ・ マントルとコアに分化するときに発生する熱

なお、その他とは、コアの相変化（液相→固相）による潜熱などと考えられる。

^{40}K は人間の骨にもある割合で含まれている

5.4.2 放射性熱源とその発熱量

親元素	娘元素	崩壊産物	崩壊定数 (/y)	半減期(y)	熱生成率 (W/kg)
^{238}U	^{206}Pb	$8\alpha + 6\beta$	1.55×10^{-10}	4.47×10^9	9.4×10^{-5}
^{235}U	^{207}Pb	$7\alpha + 4\beta$	9.85×10^{-10}	7.04×10^8	5.7×10^{-4}
^{232}Th	^{208}Pb	$6\alpha + 4\beta$	4.95×10^{-11}	1.40×10^{10}	2.7×10^{-5}
^{40}K	^{40}Ca	β	4.96×10^{-10}	1.25×10^9	2.8×10^{-5}
	^{40}Ar	電子捕獲	5.81×10^{-11}		

崩壊定数とは以下の微分方程式における定数

$$\frac{dP}{dt} = -\lambda P$$

	U (ppm)	Th (ppm)	K (%)
大陸地殻 (花崗岩)	4	17	3.2
海洋地殻	0.5	1	0.8
普通の (undepleted な) マントル	0.026	0.103	0.026
(Depleted) かんらん岩	0.012	0.035	0.004

放射線元素の崩壊による熱量を見積もってみよう

U は 99% が ^{238}U 元素存在度は 0.0090
 (^{235}U は半減期が 7 億年くらいなのでかなり減ってしまった)
 Th はほぼ 100% が ^{232}Th 元素存在度は 0.0335
 K は 0.01% = 10^{-4} が ^{40}K ^{40}K としての元素存在度は 0.3

Fe (元素存在度 0.9×10^6) を規準に ^{238}U , ^{232}Th , ^{40}K の質量比を求めると

$$\begin{aligned} \text{Fe} : \text{U} : \text{Th} : \text{K} &= 0.9 \times 10^6 \times 56 : 0.009 \times 238 : 0.034 \times 232 : 0.37 \times 40 \\ &= 5.0 \times 10^7 : 2.1 : 7.9 : 15 \end{aligned}$$

Fe は地球の質量の 1/3 として ^{238}U , ^{232}Th , ^{40}K の地球内部での質量を計算すると、

$$\begin{aligned} M_{\text{U}} &= 0.33 \times M_{\text{E}} \times 2.1 / (5.0 \times 10^7) = 1.4 \times 10^{-8} \times M_{\text{E}} \\ M_{\text{Th}} &= 0.33 \times M_{\text{E}} \times 7.8 / (5.0 \times 10^7) = 5.1 \times 10^{-8} \times M_{\text{E}} \\ M_{\text{K}} &= 0.33 \times M_{\text{E}} \times 15 / (5.0 \times 10^7) = 9.9 \times 10^{-8} \times M_{\text{E}} \end{aligned}$$

M_{E} は地球の質量 ($6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$)。

^{238}U の総熱生成率は

$$M_{\text{U}} \times 9.4 \times 10^{-5} = 1.4 \times 10^{-8} \times 6.0 \times 10^{24} \times 9.4 \times 10^{-5} = 7.9 \times 10^{12} [\text{W}]$$

^{232}Th の総熱生成量は

$$M_{\text{Th}} \times 2.7 \times 10^{-5} = 5.1 \times 10^{-8} \times 6.0 \times 10^{24} \times 2.7 \times 10^{-5} = 8.3 \times 10^{12} [\text{W}]$$

^{40}K の総熱生成量は

$$M_{\text{K}} \times 2.8 \times 10^{-5} = 9.9 \times 10^{-8} \times 6.0 \times 10^{24} \times 2.8 \times 10^{-5} = 1.6 \times 10^{13} [\text{W}]$$

合計すると $3.2 \times 10^{13} \text{W}$ となり、現在の地殻熱流量とおおむね一致する。

5.4.3 地球が集積するときに発生する熱

無限遠から質量 m のチリが地球に衝突するときの速度は？

無限遠のチリの位置エネルギーは

$$U = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \left[-\frac{1}{r} \right]_R^\infty = \frac{GMm}{R}$$

これが衝突時のエネルギーとなる

地球表面での重力加速度を g とすると

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

なので、

$$U = mgR$$

岩石の比熱 $[\text{J/kgK}]$ を C とすると衝突による物体 m の温度上昇は

$$\Delta T = \frac{U}{mC} = \frac{gR}{C}$$

岩石の比熱はおおむね 1000J/K/kg 程度なので、

$$\Delta T = 10 \times 6.4 \times 10^6 \times 10^{-3} = 6.4 \times 10^4 [\text{K}]$$

となる。

(参考) 地球を作るチリの位置エネルギー解放 E_A は、半径 r の時の地球の質量 $M(r)$ に落ちてくる微小質量 dm の位置エネルギーの解放の積分となり、

$$\begin{aligned} E_A &= -G \int_0^{R_E} \frac{M(r)}{r} dm \\ &= -G \int_0^{R_E} \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{r} 4\pi r^2 \rho dr \\ &= -\frac{16}{3} \pi^2 \rho^2 G \int_0^{R_E} r^4 dr \\ &= -\frac{16}{3} \pi^2 \rho^2 G \frac{R_E^5}{5} \\ &= -\frac{3}{5} G \frac{1}{R_E} \left(\frac{4}{3} \pi \rho R^3 \right)^2 \end{aligned}$$

$$= -\frac{3}{5}G \frac{M^2}{R_E}$$

地球の値を入れて計算すると

$$E_A = -0.6 \times 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{(6.0 \times 10^{24})^2}{6.4 \times 10^6} = 2.3 \times 10^{32} [\text{J}]$$

参考) 太陽光パネルの発電によるエネルギー

太陽光パネルの効率 (光度 1000W/m^2 のとき)

SHARP 単結晶 $1318\text{mm} \times 1004\text{mm}$ (1.3m^2) 最大出力 200W

$200/1.3 = 153 \text{ W/m}^2 \rightarrow 1.53\text{MW/ha}$ 153MW/km^2

(通常太陽光発電プラントは 0.5MW/ha くらい)

(1年は 3.2×10^7 秒、1日は 8.6×10^4 秒)

昼のみ稼働, 曇りや太陽高度などを加味して、効率を 0.1 程度とすると

$$1.53 \times 10^8 \times 3.2 \times 10^7 \times 0.1 = 4.9 \times 10^{14} [\text{J/km}^2]$$

参考) 典型的な発電所1年の発電エネルギー

$$1\text{GW} \quad 10^9 [\text{W}] \times 3.2 \times 10^7 [\text{秒}] = 3.2 \times 10^{16} [\text{J}]$$